逆向思维好做题

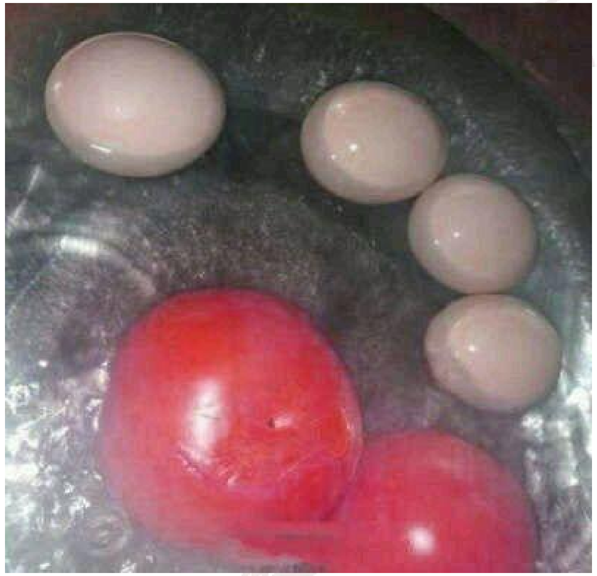
分享人：邱崇

实际情况

公式我都会，可是我不会做题！

条件太多太乱，步骤不会写！

实际情况



小葱拌豆腐

条件融合，
得出结果

小香葱段

切

拌（盐、味精、香油）

碎豆腐

切

处理条件：公式
+技巧方法

买买买

获取、提取、
收集条件

源于生活

双向开凿

逆向思考

目标（要证明的、求的、计算的）

逆向思考

公式

逻辑

卷面

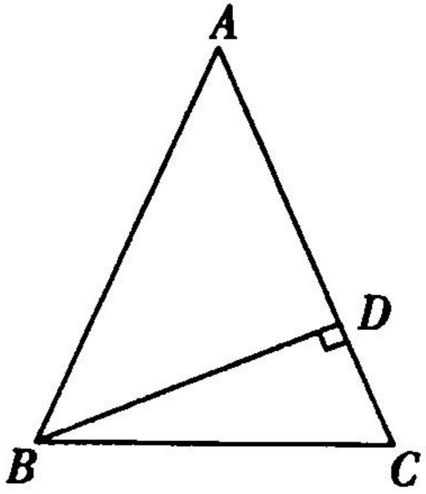
正向书写

条件（题干中的、定理公理）


需要什么直接条件
题中已知哪几个条件
如何联系已知和直接条件
奋笔疾书的宝宝

一道简单题

如图所示，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$BD\perp AC$，垂足为 D，$\angle A=40°$，求 $\angle DBC$ 的大小.



目标：求 $\angle DBC$ 的大小

内角和180

角ABD
+角ABC

角ACB+角BDC（已知）

未知条件多，
先搁置

AB=AC(已知)

角A（已知）

解析 因为在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle A=40°$，

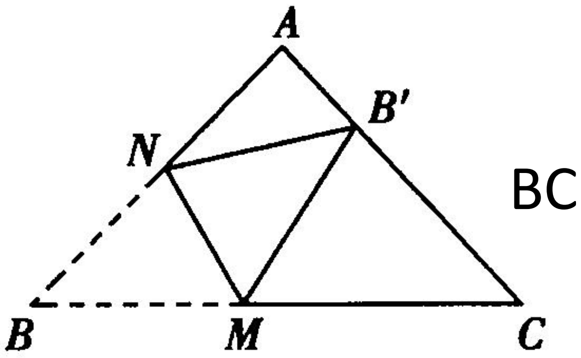
所以 $\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180°-40°)=70°$.

又因为 $BD\perp AC$，垂足为 D，所以 $\angle BDC=90°$.

所以 $\angle DBC=90°-\angle ACB=90°-70°=20°$.

一道中档题

(2017 河南,15,3 分)如图,在 Rt△ABC 中,$\angle A=90°$,$AB=AC$,$BC=\sqrt{2}+1$,点 M,N 分别是边 BC,AB 上的动点,沿 MN 所在的直线折叠 $\angle B$,使点 B 的对应点 B' 始终落在边 AC 上.若△$MB'C$为直角三角形,则 BM 的长为________.



目标:BM (BM')　MC或B'C为斜边(分类讨论)

BC(已知)

MC

角B' MC为直角

B'C为斜边

AB=AC
+三线合一(已知)

M是BC中点

A=90(已知)

BM=1/2 BC(中线定理)

MC为斜边

角MB'C为直角,
角A为直角(已知)

平行

三角形MB'C和
三角形BAC相似

$\dfrac{MC}{BC}=\dfrac{MB'}{AB}$ (BC和AB已知)

利用勾股定理:
$MC=\sqrt{2}MB'$

一道中档题

(2017 河南,15,3 分)如图,在 Rt$\triangle ABC$ 中,$\angle A=90°$,$AB=AC$,$BC=\sqrt{2}+1$,点 M,N 分别是边 BC,AB 上的动点,沿 MN 所在的直线折叠 $\angle B$,使点 B 的对应点 B' 始终落在边 AC 上. 若 $\triangle MB'C$为直角三角形,则 BM 的长为________.

①如图1,当$\angle B'MC=90°$,点B'与点A重合,

M是BC的中点,所以$BM=\frac{1}{2}BC=\frac{\sqrt{2}+1}{2}$;

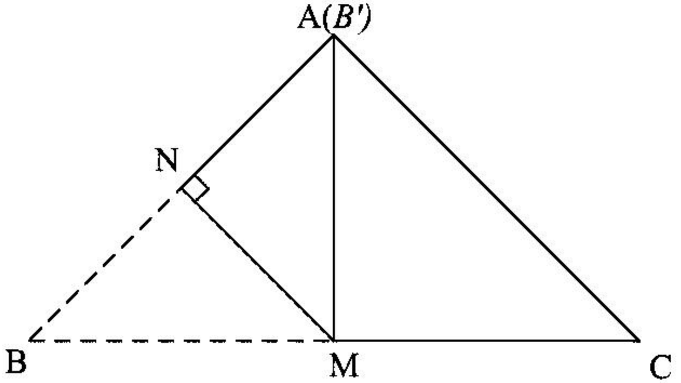


图1

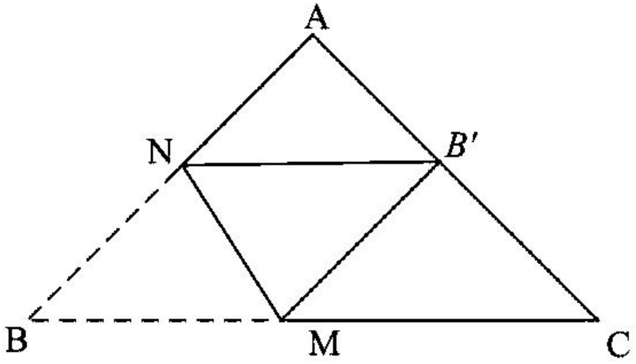


图2

②如图2,当$\angle MB'C=90°$,

因为$\angle A=90°$,$AB=AC$,

所以$\angle C=45°$,

所以Rt$\triangle CMB'$是等腰直角三角形,

所以$CM=\sqrt{2}B'M=\sqrt{2}BM$,

因为$BC=\sqrt{2}+1$,

所以$CM+BM=\sqrt{2}BM+BM=\sqrt{2}+1$,

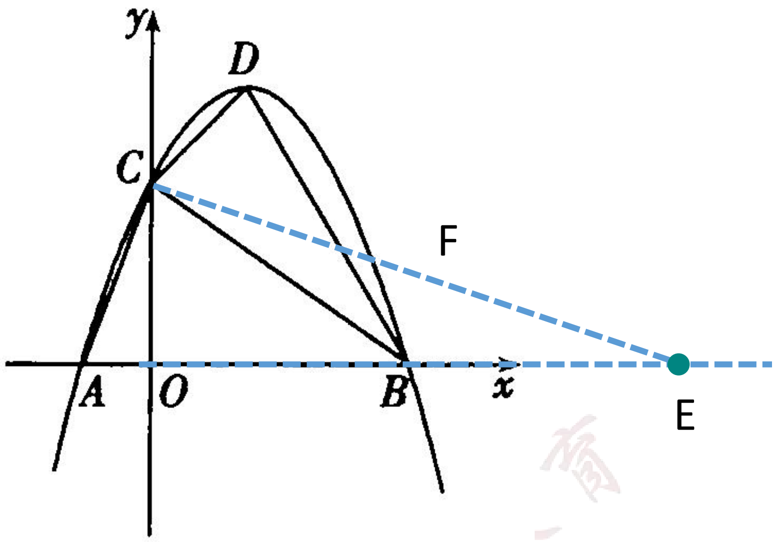
所以$BM=1$。

综上所述,若$\triangle MB'C$为直角三角形,BM的长为1或$\frac{\sqrt{2}+1}{2}$。

一道所谓的难题

(2017 上海奉贤,24) 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 与 x 轴相交于点 $A(-1,0)$ 和点 B,与 y 轴相交于点 $C(0,3)$,抛物线的顶点为 D,连接 AC、BC、DB、DC.

如果点 E 在 x 轴上,且在点 B 的右侧,$\angle BCE=\angle ACO$,求点 E 的坐标.



$\because$ 抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 经过点 $A(-1,0)$,点 $C(0,3)$,

$\therefore \begin{cases} 0=-1-b+c \\ 3=c \end{cases}$ 计算得出 $\begin{cases} b=2 \\ c=3 \end{cases}$

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y=-x^2+2x+3$,

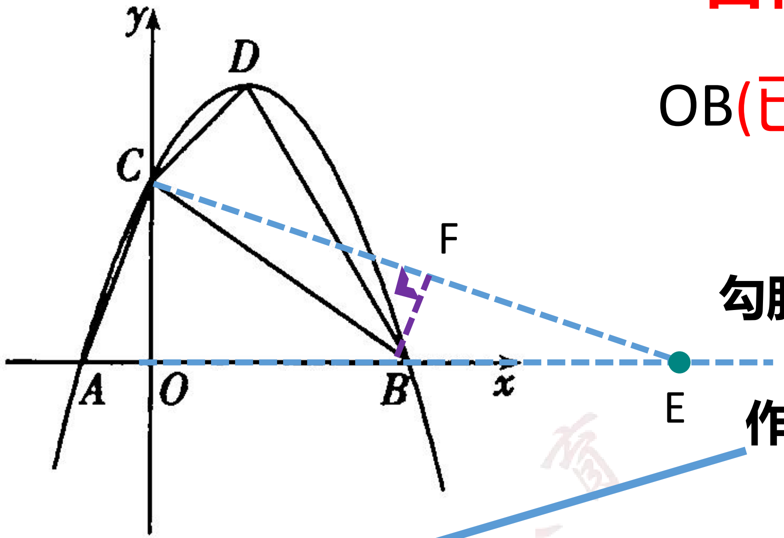
OA=1,OB=3,OC=3,

AC=$\sqrt{10}$, BC=$3\sqrt{2}$

一道所谓的难题

(2017 上海奉贤,24)如图,在平面直角坐标系 xOy 中,抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 与 x 轴相交于点 $A(-1,0)$ 和点 B,与 y 轴相交于点 $C(0,3)$,抛物线的顶点为 D,连接 AC、BC、DB、DC.

如果点 E 在 x 轴上,且在点 B 的右侧,$\angle BCE=\angle ACO$,求点 E 的坐标.



目标：点E坐标 (OE长度)

OB(已知)

BE

勾股

作直角

$\angle BCE=\angle ACO$

三角形AOC和三角形BFC相似

$$\frac{BC}{CA}=\frac{BF}{OA}$$ **(BC、CA和OA已知)**

BF

三角形BFE和三角形COE相似

$$\frac{BE}{CE}=\frac{BF}{OC}$$

BE=m

$$\frac{m}{\sqrt{OC^2+(OB+m)^2}}=\frac{BF}{OC}$$

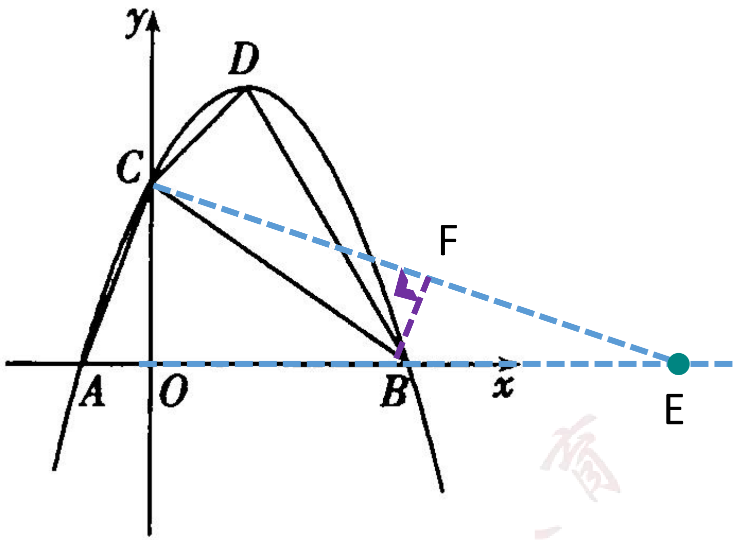
(OC和OB已知)

m

一道所谓的难题

(2017上海奉贤,24)如图,在平面直角坐标系 xOy 中,抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 与 x 轴相交于点 $A(-1,0)$ 和点 B,与 y 轴相交于点 $C(0,3)$,抛物线的顶点为 D,连接 AC、BC、DB、DC.

如果点 E 在 x 轴上,且在点 B 的右侧,$\angle BCE=\angle ACO$,求点 E 的坐标.



过点B作 $BF\perp CE$,垂足为F.

$\because \angle COE=\angle BFE=90^\circ$

$\therefore \triangle BFE\backsim\triangle COE$

$\therefore \dfrac{BE}{CE}=\dfrac{BF}{OC}$　令 $BE=m$

则 $\dfrac{m}{\sqrt{OC^2+(OB+m)^2}}=\dfrac{BF}{OC}$ ①

$\because OC=3,\ OB=3$

$\therefore \dfrac{m}{\sqrt{m^2+6m+18}}=\dfrac{BF}{3}$

$\because \angle BCE=\angle ACO$ 且 $\angle BFC=\angle AOC=90^\circ$

$\therefore \triangle AOC\backsim\triangle BFC$

$\therefore \dfrac{BC}{CA}=\dfrac{BF}{OA}$

即 $\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{10}}=\dfrac{BF}{1}$　$\therefore BF=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$ ②

将②代入①得 $2m^2-3m-9=0$

$\therefore m=3$ 或 $m=-\dfrac{3}{2}$(舍)

$\therefore OE=m+OB=6$

$\therefore E(6,0)$

逆向思考ABC

01 明确自己的目标

02 理清现在有什么

03 针对目标我有几条路可以实现（公式+固定搭配）

04 选择最明朗的一条路（已知最多）

05 遇到未知就公式